

Homogenisierungsmethoden für zellulare Verbundwerkstoffe im linear-elastischen Bereich

Sergej Diel, Matthias Hartmann, Otto Huber
Kompetenzzentrum Leichtbau (LLK)
Hochschule Landshut



- Einführung und Motivation
- Eigenschaften des zellularen Verbundwerkstoffes
- Numerische Homogenisierung mit Hilfe von FEM-Ersatzmodellen
- Analytische Homogenisierungsmethoden
- Ergebnisse
- Zusammenfassung und Ausblick



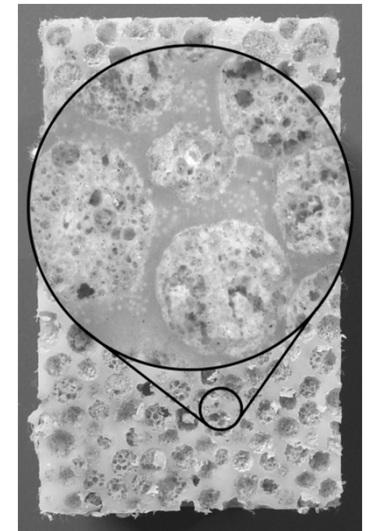
Syntaktische Schäume

- Herstellung durch Umgießen von Platzhaltern (meist Hohlkugeln)
- Platzhalter bilden die Poren
 - ✓ reproduzierbare Einstellung der Porengröße und der Porengrößenverteilung
 - ✓ Herstellung komplex gekrümmter Bauteile auch mit Randschichtverstärkungen möglich



Zellulare Verbundwerkstoffe

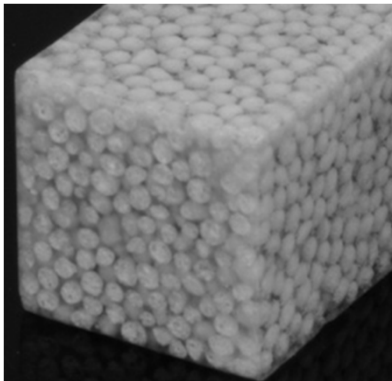
- Einsatz von zellularen Granulaten anstelle von Hohlkugeln
 - ✓ geringe Kosten
 - ✓ gute gewichtsspezifische mechanische Eigenschaften
 - ✓ günstiges Energieabsorptionsverhalten



(Klaus, Huber, 2007)

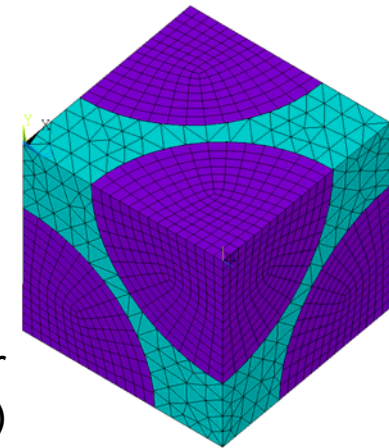


- Kenntnis der mechanischen Kennwerte für einen Einsatz als Konstruktionswerkstoff notwendig
- Vermeidung von aufwändigen Versuchen durch Berechnung der effektiven Materialeigenschaften (z.B. mit Hilfe von FEM)
- Mesomodelle weisen oft eine regelmäßige Struktur auf → Anisotropie
- Realer zellulärer Verbundwerkstoff ist quasiisotrop



realer zellulärer
Verbundwerkstoff

regelmäßige Struktur
(kfz-Packung)



(Klaus, Huber, 2005)

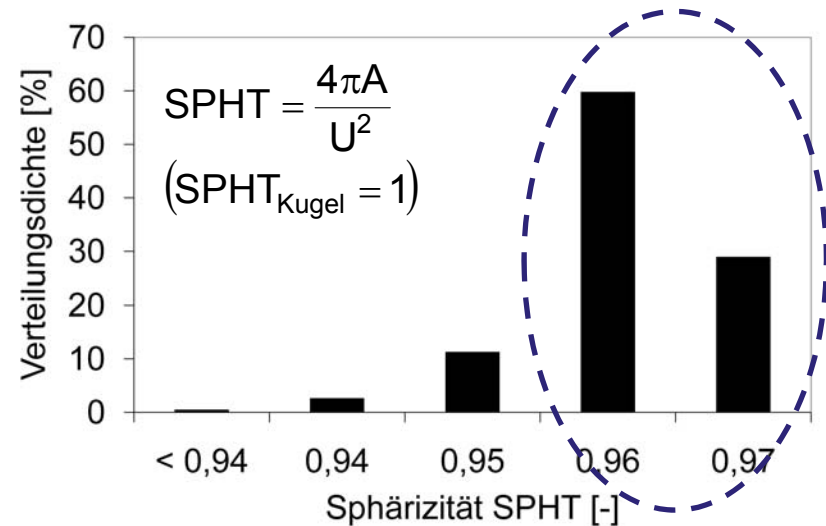
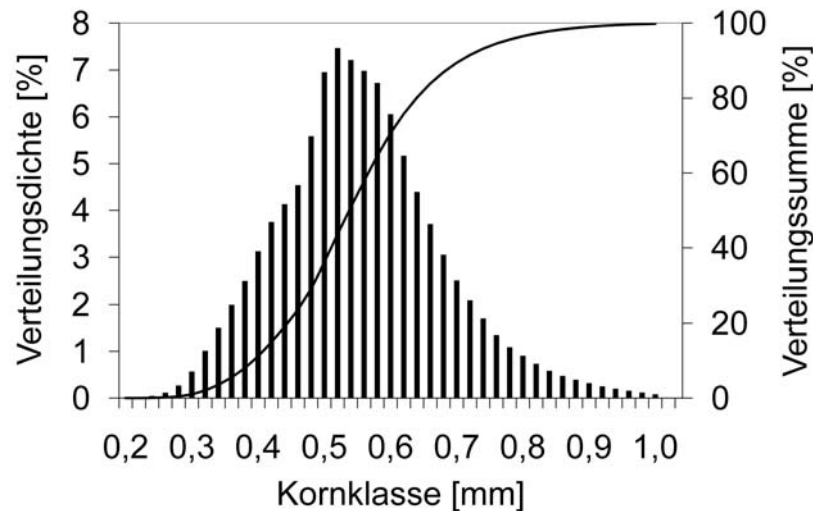
Ansatz:

- Berechnung mechanischer Kennwerte unter Berücksichtigung einer realen Granulatanordnung und Korngrößenverteilung



Granulat

- Glasschaumgranulate in der Größe 0,5 – 1mm (Fa. Dennert Poraver GmbH)
- Charakterisierung mittels digitaler Bildanalyse (CAMSIZER®, Fa. Retsch):



- Korngrößenverteilung dient als Input für die numerische Simulation

SPHT > 0,95
➤ Granulate werden in der Simulation als ideale Kugeln betrachtet



Matrixwerkstoff

- 2K-Epoxidharz (Fa. HEXION) bestehend aus Laminierharz L285 und Härter H286

Mechanische Eigenschaften

- E-Modul und Querkontraktionszahl von Epoxidharz experimentell ermittelt
- E-Modul von Glasschaumgranulat näherungsweise berechnet (nach Gibson, Ashby, 1997)
Querkontraktionszahl experimentell ermittelt (Klaus, 2007)

Grundwerkstoff	Dichte [g/cm ³]	E-Modul [MPa]	Querkontraktionszahl [-]
Epoxidharz	1,20	3117	0,35
Glasschaumgranulat	0,55	5228	0,31



Homogenisierung

- Gedankliche Verschmierung einer heterogenen Struktur auf der Mikro- oder Mesoebene und Bildung von effektiven Materialeigenschaften auf der Makroebene (Gross, Seelig, 2007)

Numerische Homogenisierung

- Diskretisierung der heterogenen Struktur mit Hilfe von finiten Elementen

Voraussetzung

- Untersuchung eines Musters, das sich periodisch wiederholt bzw. statistisch repräsentativ für den untersuchten realen Werkstoff ist
- „Repräsentatives Volumenelement“ (RVE)

Problem

- Wie erstellt man ein RVE?



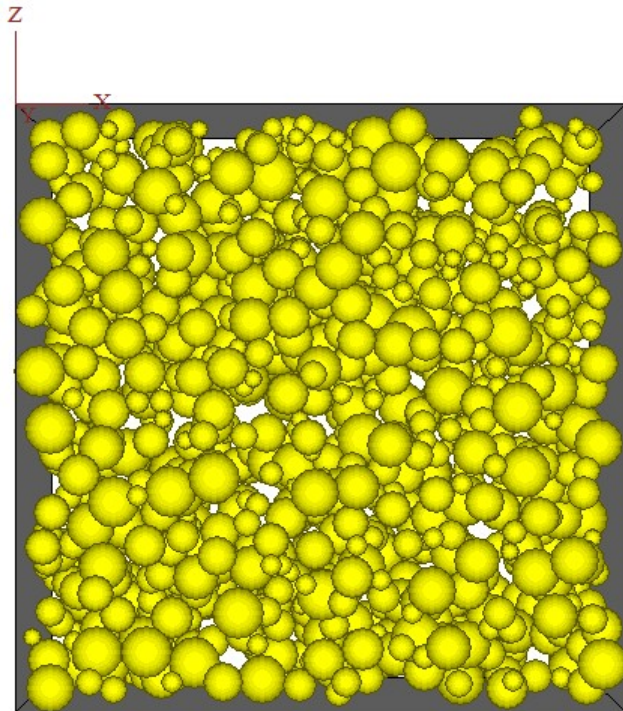
Möglichkeiten

- Software DIGIMAT-FE (Fa. e-Xstream engineering)
 - stochastischer Algorithmus (Random Sequential Adsorption)
 - Berücksichtigung einer periodischen Mikrostruktur möglich
 - max. Volumenanteil an Granulaten von 32% erreicht (Baasch, 2009)

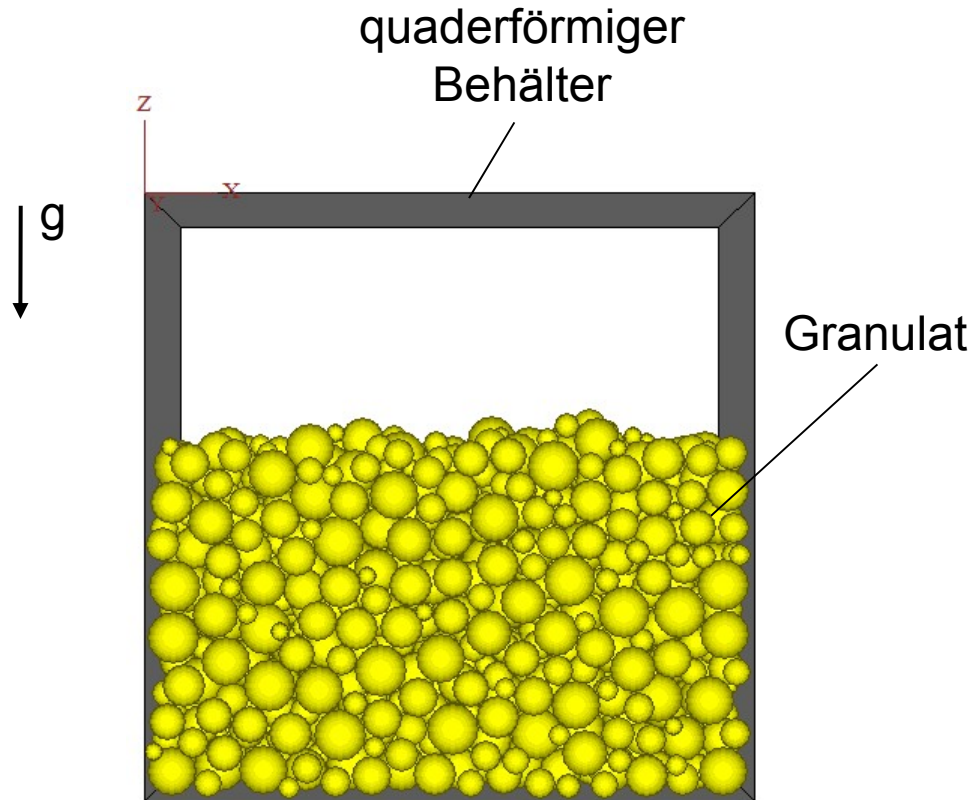
- Software PFC^{3D} (Fa. ITASCA Consultants GmbH)
 - basiert auf der Diskrete Elemente Methode
 - dynamische Simulation mit starren Partikeln und Kontakten
 - keine periodische Mikrostruktur möglich



Ablauf einer Simulation mit PFC^{3D}



Ausgangszustand



statischer Gleichgewichtszustand

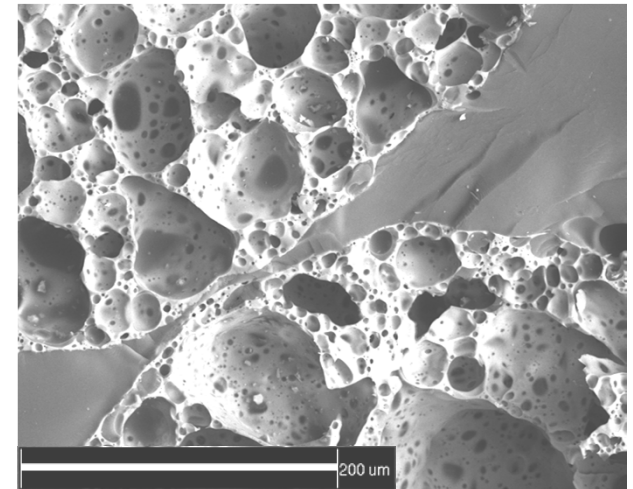


Weiterverarbeitung der Daten

- Export der Granulatpositionen und -durchmesser nach MATLAB
- Verringerung der Granulatchurchmesser (sonst Überschneidungen vorhanden)
- „Herausschneiden“ eines RVE, notwendige Granulatanzahl: > 35 (Hartmann, 2010)
- Import in ANSYS, Geometrie- und Netzgenerierung
- erreichbare Packungsdichten:
 - max. 32% mit DIGIMAT-FE (Baasch, 2009)
 - max. 50-55% mit PFC^{3D} (Hartmann, 2010)

Untersuchte Modelle:

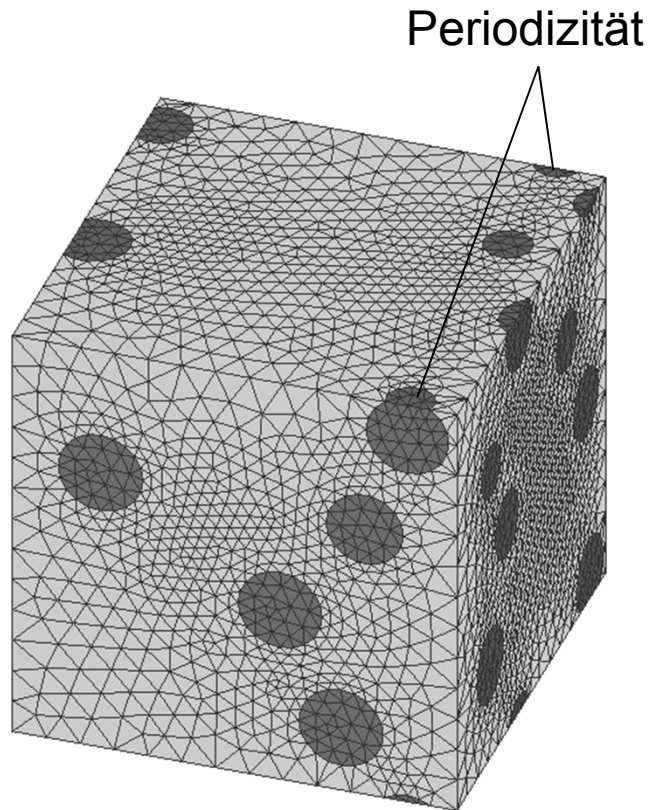
Nr.	Volumenanteil Granulat φ_G [%]	Anzahl der Granulate [-]	Modellerstellung
1	9,54	46	DIGIMAT-FE
2	17,92	200	DIGIMAT-FE
3	31,28	215	DIGIMAT-FE
4	52,33	43	PFC ^{3D}



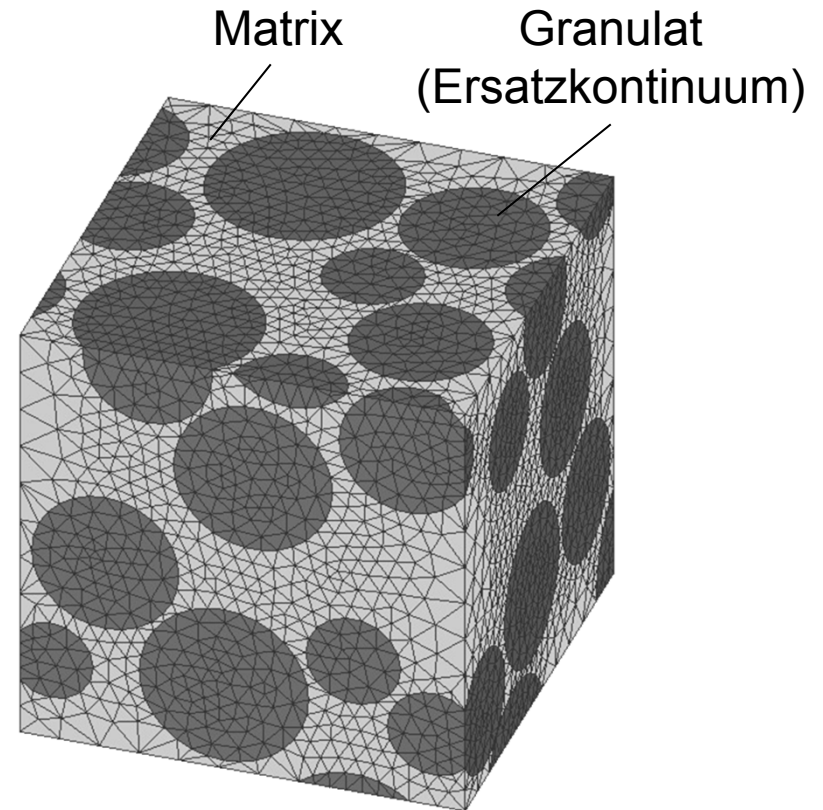
Mikrostruktur des zellularen Verbundwerkstoffes



FEM-Modelle



DIGIMAT-FE Modell
 $\varphi_G = 9,54\%$

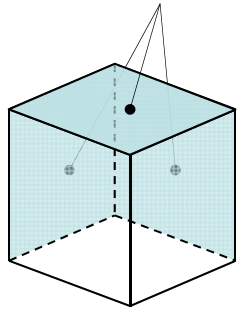


PFC^{3D} Modell
 $\varphi_G = 52,33\%$

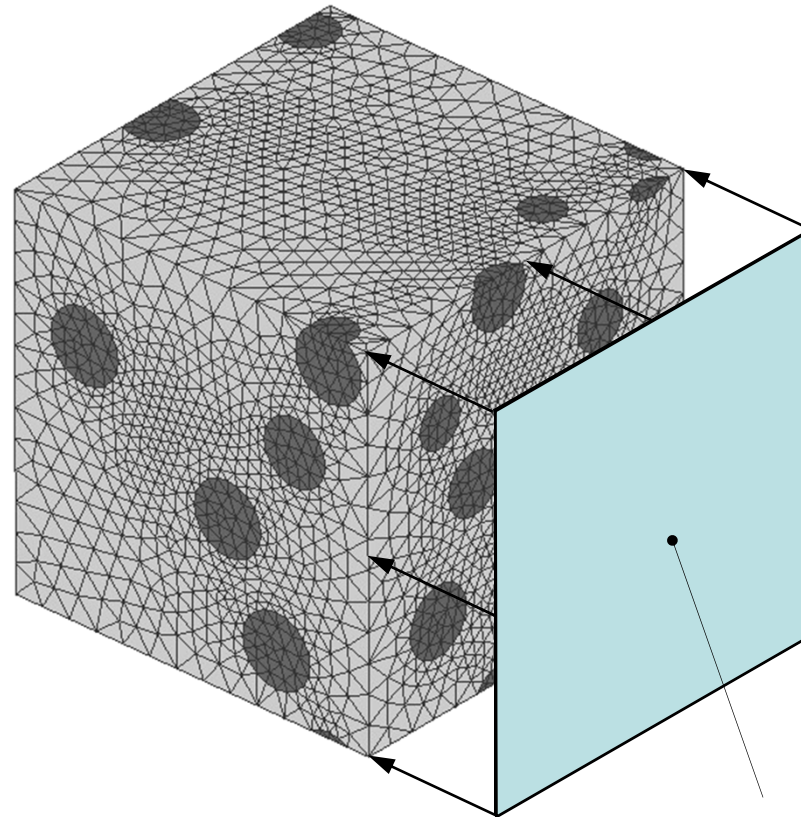
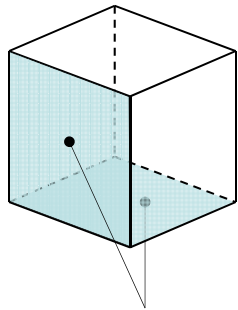


Randbedingungen

Symmetrie-
randbedingung



periodische
Randbedingung



Belastung über
Verschiebungsvorgabe



Basis

- Variation der Spannungs- und Verzerrungsfelder auf der Mikroebene
- Eshelby-Lösung für ellipsoidförmige Inhomogenitäten in einer unendlich ausgedehnten Matrix (Eshelby, 1957)
- Bestimmung der effektiven Materialeigenschaften durch „Verschmieren“ der Spannungs- und Verzerrungsfelder

Mori-Tanaka-Modell (MT) (1973)

$$K_{MT} = K_M + c_I \frac{(K_I - K_M)K_M}{K_M + \alpha \cdot (1 - c_I)(K_I - K_M)}, \quad G_{MT} = G_M + c_I \frac{(G_I - G_M)G_M}{G_M + \beta \cdot (1 - c_I)(G_I - G_M)}$$

$$\alpha = \frac{3K_M}{3K_M + 4G_M}, \quad \beta = \frac{6(K_M + 2G_M)}{5(3K_M + 4G_M)}$$

- K_M, G_M : Kompressions- bzw. Schubmodul der Matrix
 K_I, G_I : Kompressions- bzw. Schubmodul der Inhomogenität
 c_I : Volumenanteil der Inhomogenität



Differentialschema (DS) (McLaughlin, 1977)

$$\frac{dK_{DS}}{dc_I} = \frac{1}{1-c_I} (K_I - K_{DS}) \frac{3K_{DS} + 4G_{DS}}{3K_I + 4G_{DS}}$$

$$\frac{dG_{DS}}{dc_I} = \frac{1}{1-c_I} (G_I - G_{DS}) \frac{5G_{DS}(3K_{DS} + 4G_{DS})}{G_{DS}(9K_{DS} + 8G_{DS}) + 6G_I(K_{DS} + 2G_{DS})}$$

Mit den Anfangsbedingungen: $K_{DS}(c_I=0) = K_M$ $G_{DS}(c_I=0) = G_M$

- Die einzelnen Phasen werden in infinitesimalen Schritten in eine effektive Matrix eingebettet
- gekoppeltes nichtlineares gewöhnliches Differentialgleichungssystem



Schranken

- Voigt- und Reuss-Näherung (Voigt, 1887 / Reuss, 1929)

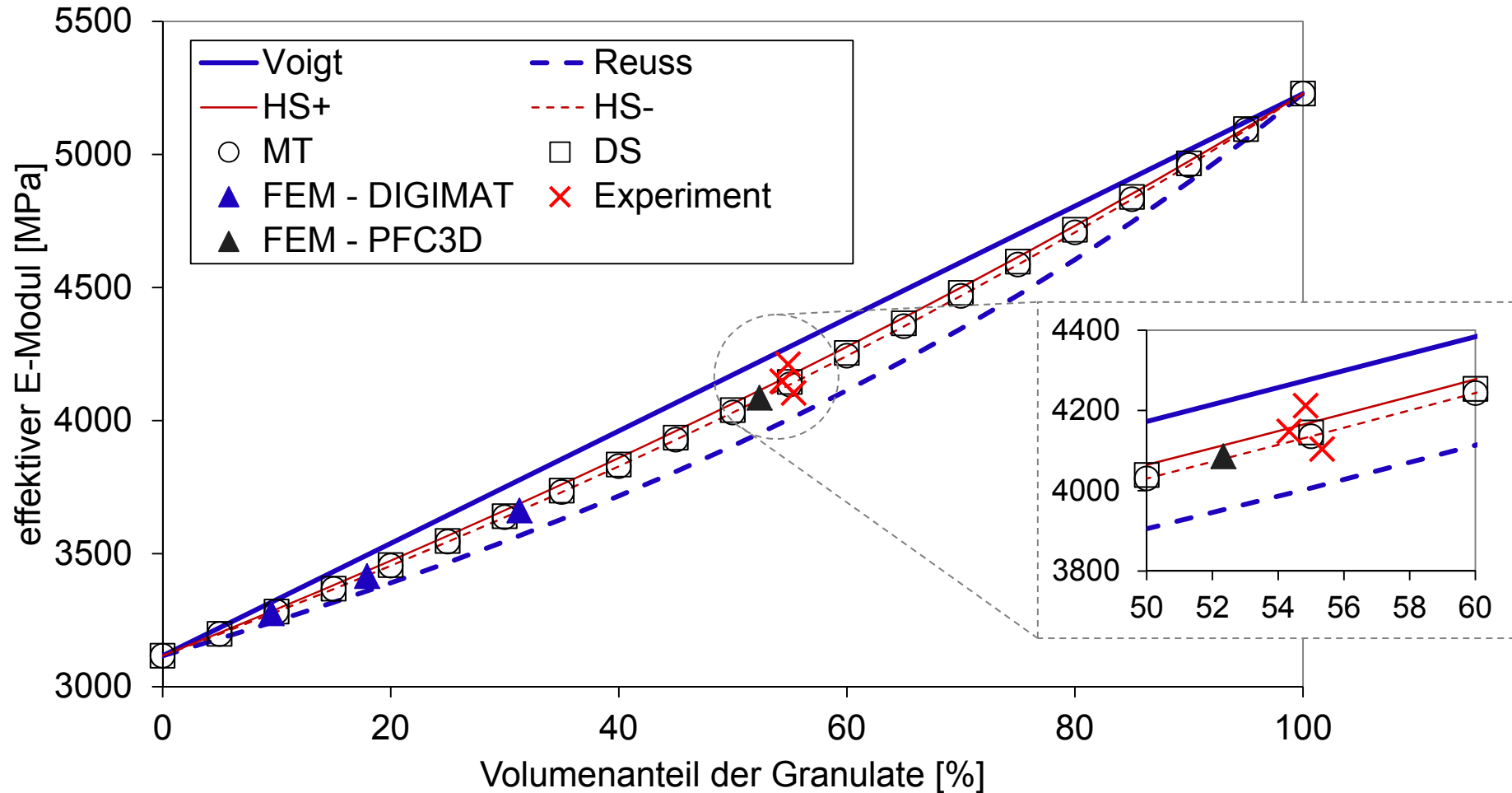
$$E_{\text{Voigt}} = E_I c_I + E_M (1 - c_I) \quad \text{Parallelschaltung der Komponentensteifigkeiten}$$

$$E_{\text{Reuss}} = \frac{E_I E_M}{E_I (1 - c_I) + E_M c_I} \quad \text{Reihenschaltung der Komponentensteifigkeiten}$$

- exakte äußere Schranken für die effektiven Materialeigenschaften
- Hashin-Shtrikman-Schranken (Hashin, Shtrikman, 1962)
 - engere Schranken
 - Ermittlung mit Hilfe von auf Energieprinzipien basierenden Variationsprinzipien



Ergebnisse am Beispiel der Berechnung des effektiven E-Moduls





Zusammenfassung

- ✓ Untersuchung verschiedener Homogenisierungsmethoden für zellulare Verbundwerkstoffe
- ✓ Erstellung der RVE über DIGIMAT-FE für kleine und PFC^{3D} für größere Volumenanteile an Granulaten
- ✓ Berücksichtigung einer realen Verteilung der Granulatdurchmesser und statistischer Anordnung
- ✓ gute Übereinstimmung im Vergleich zu analytischen Methoden und experimentell ermittelten Ergebnissen

Ausblick

- ✓ Simulation von Verbundwerkstoffen mit größerem Steifigkeitsunterschied der Einzelkomponenten
- ✓ Untersuchung der FEM-Ersatzmodelle bezüglich der auftretenden Spannungskonzentrationen (Vorhersage der effektiven Festigkeit)